

Algo más que sociología de electrones: semi-metales topológicos de Weyl

Adolfo G. Grushin

El descubrimiento de las fases topológicas, una nueva clase fundamental de estados de la materia, ha establecido un nuevo paradigma en la física de la materia condensada. El elemento clave de dicho paradigma es la topología, una rama de las matemáticas que ha permitido establecer no sólo nuevos puentes entre la física de altas y bajas energías, sino también nuevas propiedades con aplicación tecnológica. Los semi-metales topológicos son el miembro más reciente y quizá más intrigante de este tipo de fases. En ellos, los electrones se comportan colectivamente como partículas relativistas, algunas sin análogo directo en física de partículas, dando lugar a fenómenos intrínsecamente nuevos. En este artículo, analizamos los últimos avances en este campo dando especial énfasis a los semi-metales de Weyl

Introducción

Si alguna vez has cantando o bailado en un concierto con un grupo de personas (en sincronía en el mejor de los casos) has experimentado entonces la esencia de la sociología: los comportamientos colectivos pueden diferir, y mucho, de los comportamientos individuales. Al igual que la sociología estudia comportamientos emergentes en colectivos de personas, una parte importante de la física de la materia condensada moderna se podría definir como el estudio de la sociología de electrones. Una restricción clave en esta sociología es que los electrones prefieren estar lejos unos de otros debido a su carga eléctrica. Sin embargo, en un metal hay típicamente 10^{30} electrones por m^3 algo que dificulta notablemente la tarea. Si a esto añadimos el efecto de los iones que componen el material y la presencia de impurezas entre otros factores, a los electrones no les queda otra alternativa que encontrar, según las circunstancias, una solución colectiva para convivir en cada sistema. Quienes trabajan en física buscan incansablemente aquellas soluciones más creativas, que resulten en fenómenos emergentes distintos y en última instancia quizás en aplicaciones tecnológicas útiles.

En este artículo se introducirá un ejemplo reciente: los semi-metales topológicos [1, 2]. Gran parte del creciente interés en estas fases se debe a que los electrones cautivos en dichos materiales acaban comportándose colectivamente como partículas elementales. Este tipo de partículas no existen en la naturaleza como entidades fundamentales, a pesar de estar relacionadas con aquellas que se miden en el gran colisionador de partículas del CERN. Este comportamiento colectivo, que resulta ser extremadamente (¡topológicamente!) estable, no es sólo una quimera teórica, sino que se manifiesta en propiedades nuevas e inesperadas en ciertos materiales. Se explorará cómo, tanto desde el punto de vista fundamental como del aplicado, los semi-metales topológicos prometen convertirse en una parte central de la materia condensada.

El quién es quién del sólido: la vida antes del semi-metal

Para aclarar qué es exactamente un semi-metal es útil empezar por algo más simple: el estado aislante. Como se sabe por la experiencia cotidiana, los aislantes son materiales que

no conducen bien la electricidad. Es (¡teóricamente!) sencillo construir un aislante: basta con juntar muchos átomos que no comparten electrones entre sí. Así pues, los electrones se localizan mayoritariamente alrededor del átomo al que pertenecen; nos costaría energía hacerlos conducir. La energía necesaria para promocionar los electrones de estos estados de valencia no conductores a los estados de conducción depende de su momento p . A la mínima diferencia de energías entre estos tipos de estados se la denomina *gap* (o banda prohibida) y caracteriza a estos sistemas (ver figura 1). Los aislantes tienen un *gap* grande y por tanto sus electrones requieren grandes cantidades de energía para moverse ($> 1eV$ típicamente).

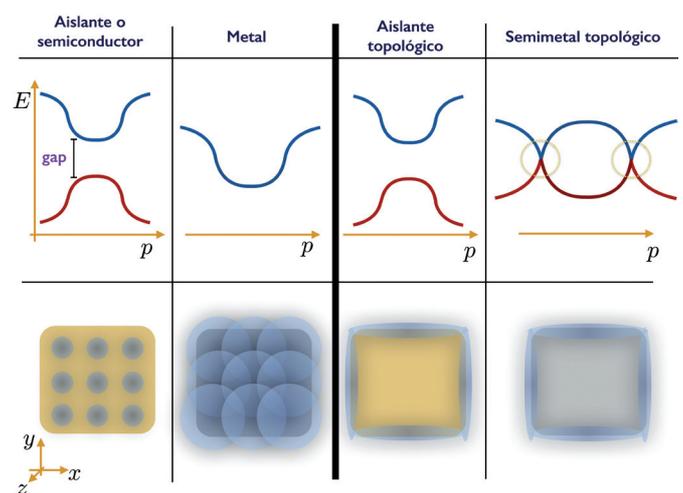


Fig. 1. Tipos de estados sólidos cristalinos. En aislantes y semiconductores (primera columna) los átomos no comparten activamente los electrones. La energía E de cada electrón en función de su momento p (las bandas electrónicas, en rojo y azul) están separadas por un *gap* finito. Los electrones están localizados alrededor de los átomos (círculos oscuros en el panel inferior) y por tanto la conducción es pobre. En los metales por el contrario (segunda columna), hay muchos estados electrónicos que pueden conducir al aplicar una cantidad de energía infinitesimalmente pequeña; estos son libres de moverse por el material. Los aislantes topológicos (tercera columna) son casi indistinguibles de los aislantes normales en términos de su bandas pero presentan estados conductores en la superficie que son topológicamente robustos. Los metales topológicos (cuarta columna) poseen puntos especiales donde las bandas se tocan y cuentan también con estados conductores superficiales topológicamente robustos.

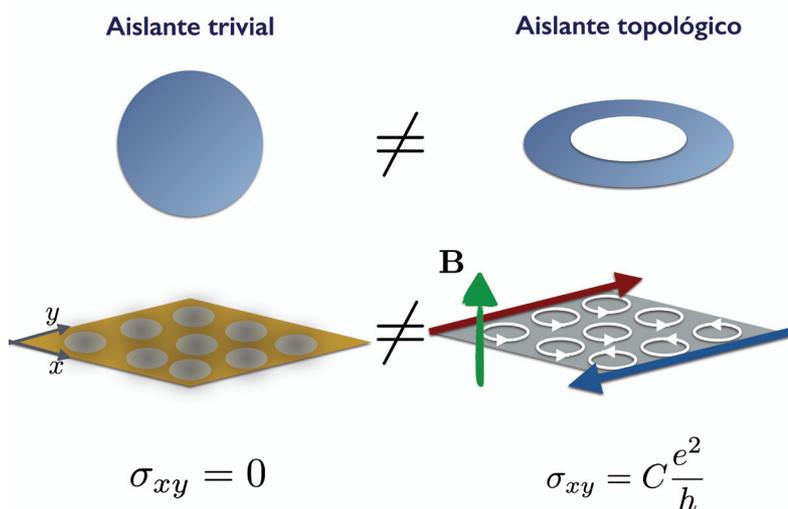


Fig. 2. Topología en geometría y en física. Panel superior: una esfera no se puede deformar continuamente hasta un toroide y, por tanto, ambos objetos pertenecen a dos clases topológicas distintas. Panel inferior: en el aislante trivial bidimensional (izquierda), los electrones ocupan orbitales atómicos localizados y por tanto la conductividad es nula. En el efecto Hall cuántico (derecha), los electrones en el interior del material tampoco conducen y describen órbitas ciclotrón (círculos claros) debido al campo magnético \mathbf{B} . Existen sin embargo estados en el borde conductores topológicamente robustos (flechas azul y roja). El invariante topológico C es un entero denominado el número de Chern que determina la conductividad y distingue los dos tipos de aislantes.

Los semiconductores (p.e. el silicio), son parientes cercanos tecnológicamente muy útiles; sus átomos comparten mejor los electrones y por tanto sus gaps son más pequeños. Los semiconductores son por tanto excelentes interruptores, presentes en cualquier procesador moderno. Finalmente, cuando el gap es cero, el material es un metal (p.e. el oro) y se describe mediante una única banda conductora. El metal posee estados electrónicos que necesitan una energía infinitesimalmente pequeña para conducir.

Este era el panorama aparentemente simple en 1980: el tamaño del gap etiqueta un material dado como aislante, semiconductor o metal (dos primeras columnas de la figura 1). La física de bajas energías ($\sim 1\text{eV}$) parecía desligada para siempre de la física de partículas elementales de altas energías ($\simeq \text{TeV}$). Sin embargo, en 1980, K. von Klitzing descubrió el efecto Hall cuántico: era hora de hablar de topología y, con el tiempo, de partículas relativistas emergentes.

Topología: la puerta a nuevas fases cuánticas

La topología es una de las ramas de las matemáticas más bellas y fundamentales. Dado un cuerpo geométrico, por ejemplo una esfera, una persona experta en matemáticas comunes describiría todas sus propiedades matemáticas como sus ejes de simetría o rotación. La mayoría de estas interesantes propiedades cambiarán si la esfera se deforma o presenta alguna protuberancia. Sin embargo, si dicha persona es experta en topología en concreto, no prestaría atención a los detalles de la esfera. Para esta, cualquier objeto geométrico que se pueda transformar o deformar suavemente en una esfera será equivalente a ella. De este modo, una esfera es equivalente por ejemplo a un plato: ambos caen en la misma clase topológica.

Para clasificar objetos topológicamente no importan los detalles microscópicos si no sólo las

propiedades globales. Tan sólo cambios drásticos, como taladrar un agujero, cambiaría la clase topológica (ver figura 2). Cada clase está caracterizada por un número entero g , el *invariante topológico*, en este caso el número de agujeros. Este número es igual para cada objeto dentro de una misma clase; $g = 0$ para la esfera o el plato mientras que $g = 1$ para un donut o un anillo.

Hasta el descubrimiento del efecto Hall cuántico, se creía que todos los aislantes eran equivalentes, es decir, pertenecían a la misma clase topológica. Tanto el aislante atómico, donde los electrones están estrictamente localizados alrededor de los átomos como el semiconductor, donde los átomos comparten algo más, los electrones pertenecen a la misma clase topológica. Desde el punto de vista de la topología, estos dos sistemas son equivalentes ya que podemos imaginarnos “encendiendo” poco a poco el solape entre electrones de distintos átomos. Este experimento imaginario cambiaría los detalles microscópicos del sistema pero retendría las propiedades físicas generales: tanto el aislante como el semiconductor poseen una energía mínima (el gap) para hacerles conducir.

En los años 80 la comunidad científica consiguió formular esta propiedad como formularon esto como un teorema matemático al nivel del Hamiltoniano, que es el funcional que determina la estructura de bandas del material dibujadas en la figura 1. Por tanto, cualquier propiedad que se desprenda de que dos materiales (o sus Hamiltonianos) estén en la misma clase topológica es extremadamente estable e insensible a impurezas o defectos del material.

El crucial avance que reveló el descubrimiento del efecto Hall cuántico es que existen aislantes cuyos Hamiltonianos no están conectados a los del aislante atómico trivial. Cualquier proceso que imaginemos conectando estos dos distintos tipos de aislantes cerrará el gap [3]. En términos de las bandas, cerrar el gap equivale a perforar un agujero en la esfera descrita anteriormente: ambos procesos cambian la clase topológica.

Pausemos las matemáticas: ¿Qué diferencias físicas poseen dos materiales de clases topológica distintas? Consideremos como ejemplo el efecto Hall cuántico. En este, los electrones se confinan primero en un plano mediante un potencial eléctrico o bien usando un material bidimensional como el grafeno. Aplicando un campo magnético la física fundamental dicta que las trayectorias electrónicas serán órbitas ciclotrón (círculos claros en la figura 2). Localizados en dichas órbitas, los electrones parecen pertenecer a un sistema equivalente al aislante atómico.

Sin embargo, hay una gran diferencia si consideramos un sistema finito (con bordes). En los extremos de un aislante atómico no sucede nada espectacular. Los estados electrónicos en sus bordes son también aislantes. La situación en el efecto Hall cuántico es bien distinta. Al llegar al

borde las órbitas ciclotrón deben “rebotar”¹ y seguir su camino, formando un estado conductor en el extremo de la muestra. Estos estados de borde (flechas azul y roja en la figura 2) son extremadamente robustos dado que los electrones están forzados por el borde y el campo magnético a seguir una determinada dirección. Sólo cuando los estados de borde interactúan entre sí podrán estos localizarse y ser como en el aislante atómico (figura 2, izquierda). Dado que los electrones no pueden saltar de un borde a otro debido a su anchura, la única forma de transformar el aislante Hall cuántico en el aislante trivial es consiguiendo que los estados ciclotrón conduzcan, conectando así ambos bordes. Como ello sólo puede ocurrir cuando el gap se cierra, decimos que el efecto Hall cuántico es una fase topológicamente distinta al aislante atómico.

Los aislantes con estados superficiales conductores topológicamente robustos se denominan aislantes topológicos (ver figura 1, tercera columna) [3, 4] y actualmente se conocen ejemplos tanto en dos como en tres dimensiones. Estas fases ocurren también en ausencia de campos magnéticos si el material en cuestión posee un alto acoplamiento espín-órbita, que actúa como un campo magnético interno. Este acoplamiento es el efecto que sienta el momento angular intrínseco del electrón (el espín) debido al momento angular de su órbita atómica. Los aislantes y sus invariantes topológicos se pueden clasificar en cualquier número de dimensiones (¡aunque no existan!), en una “tabla periódica” que curiosamente se repite cuando llegamos a ocho dimensiones.

Dado lo anterior, asociando un invariante topológico a una propiedad tecnológicamente útil podríamos preservarla intacta siempre que no cambie el invariante topológico. Como típicamente las impurezas y otros defectos no cambian dicho invariante, estas fases de la materia son ideales para diversos tipos de aplicaciones. Esta es la primera razón detrás del interés suscitado por estas fases en la última década. Su descubrimiento ha sido tan influyente que el comité Nobel galardonó con el Nobel de Física de 2016 a tres importantes personalidades de este campo: D. F. M. Haldane, D. J. Thouless y J. M. Kosterlitz.

Relatividad emergente en el laboratorio: fermiones de Weyl

La segunda razón detrás del interés de estos materiales, de carácter más fundamental, se centra en el trabajo de Hermann Weyl. En 1929, este matemático alemán propuso que la ecuación de Dirac, que describe al electrón relativista (o fermión de Dirac) tiene soluciones más sencillas: los fermiones de Weyl [5]. Los fermiones de Weyl

son partículas fermiónicas como el electrón con la peculiaridad de no tener masa, propiedad que comparten con otras partículas como el fotón. Además, su momento es paralelo o anti-paralelo a la dirección de su espín, una propiedad conocida como helicidad o quiralidad². Ambos casos se distinguen mediante un número (cuántico) entero con dos valores $s = \pm 1$.

Weyl propuso estas partículas como entidades elementales indivisibles, al igual que lo son por ejemplo el electrón, o los quarks que componen los nucleones. Sin embargo, no se conoce hasta el momento ninguna partícula elemental que sea un fermión de Weyl. Este conocimiento que era útil teóricamente parecía tener nula relevancia experimental.

En 1937, la ecuación de Weyl reapareció en un contexto inesperado cuando Conyers Herring [6] se preguntó si era posible que ciertos estados de valencia y de conducción pudiesen ocurrir a la misma energía para valores específicos del momento del electrón. Esta condición se encuentra a medio camino entre un metal y un aislante (ver figura 1). En el metal no hay gap y hay multitud de estados de electrones que pueden conducir al aplicarles una cantidad infinitesimal de energía. En el aislante el gap es finito y la conducción requiere superar la barrera energética establecida por el gap. Herring pensaba en algo que hoy en día denominamos semi-metal. Un semi-metal es un metal donde sólo los pocos electrones cuyo momento \mathbf{p} corresponde exactamente con el momento donde coinciden energéticamente los estados de valencia y conducción pueden conducir (ver figura 1). Asombrosamente, la ecuación que describe los electrones cerca de estos puntos es exactamente la ecuación que Weyl. Este es el nexo entre la física de altas y bajas energías: ¡la descripción colectiva de los electrones de conducción en un semi-metal es la ecuación de Weyl!

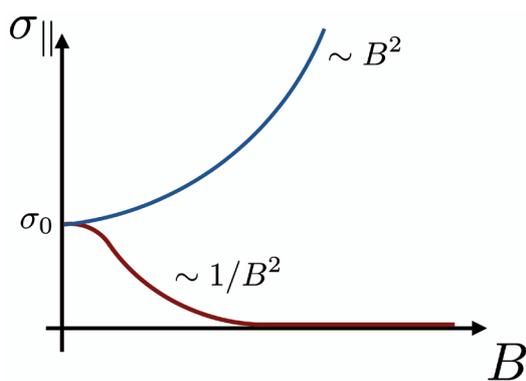
Desafortunadamente, en la mayoría de materiales que dos bandas se toquen es un hecho accidental. Cualquier impureza localizaría estos pocos electrones y llevaría inevitablemente al sistema a ser aislante. Pero hay una alternativa: si el gap es cero por razones topológicas evitaría así abrirse por detalles microscópicos triviales. Estos semi-metales protegidos los llamamos semi-metales de Weyl.

La comunidad científica de finales del siglo xx ya mencionaba tímidamente la importancia de comprender los semi-metales de Weyl. En 1983 H. B. Nielsen y N. Ninomiya sugirieron que una aleación de Mercurio, Cadmio y Telurio podría dar lugar a este fenómeno electrónico [7]. Descubrir estas fases, recalcaron, abriría la puerta a explorar

¹ De forma más precisa existe un potencial eléctrico que repele al electrón de la superficie.

² Técnicamente existe una diferencia entre quiralidad y helicidad. Dado que esta sólo es relevante para partículas masivas, en el texto usamos quiralidad como sinónimo de helicidad.

Fig. 3. Conductividad longitudinal de un metal simple y uno topológico. Como función del campo magnético un semi-metal topológico aumenta su conductividad cuando aumenta el campo magnético (curva azul). Un metal convencional, al contrario, reduce su conductividad (curva roja).



fenómenos exclusivos a las altas energías, sólo accesibles con costosos aceleradores de partículas.

No sería hasta 2011 cuando varios trabajos simultáneos descubriesen el aspecto topológico de los semi-metales de Weyl y motivasen el interés en buscar candidatos. En 2015, siguiendo predicciones teóricas se descubrió el primer semi-metal topológico en TaAs [8] y desde entonces el goteo de nuevos materiales y estudios teóricos es incesante. Weyl había vuelto para quedarse.

Consecuencias experimentales y tecnológicas

Quién lea este artículo quizá se pregunte cuál es la diferencia entre un metal y un semi-metal topológico. Es más, posiblemente se preguntará si todas estas complicaciones son útiles tecnológicamente (nótese que esta pregunta quizá no se formulase si este fuese un artículo sobre astrofísica de galaxias por ejemplo). Para finalizar describiremos por tanto dos diferencias experimentales entre los metales triviales y los topológicos.

Como argumentamos arriba, las fases topológicas poseen estados de borde conductores. Los semi-metales topológicos no son una excepción [9] y sus estados superficiales son realmente distintos a los presentes en un metal convencional. En este último los estados de superficie pueden cambiar o incluso desaparecer debido a impurezas, al contrario que en el semi-metal topológico. Los estados de borde dejarán de existir sólo si la ecuación de Weyl deja de describir el interior del material.

Esta propiedad misteriosa, en realidad resulta no serlo tanto. Según el electromagnetismo clásico un material con magnetización uniforme en el volumen \mathbf{M} (p. e. un imán) posee corrientes (ligadas) de superficie dadas por

$$\mathbf{j}_l = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{M}, \quad (1)$$

dónde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector normal a la superficie. Estas corrientes existen siempre que la magnetización en el volumen sea distinta de cero ($\mathbf{M} \neq 0$). En otras palabras, una propiedad del interior del material determina las corrientes de superficie, algo que recuerda al origen de los estados de borde topo-

lógicos. Esta correspondencia no es accidental: ciertas clases de semi-metales de Weyl poseen una magnetización que genera estados de superficie [10]. La existencia de esta magnetización está protegida topológicamente, y consecuentemente los estados de borde también.

La segunda diferencia entre metales triviales y topológicos aparece al estudiar la conductividad como función de un campo magnético externo. En un metal convencional la fuerza magnética de Lorentz desviará los electrones actuando en detrimento de la conductividad (ver figura 3). De nuevo, H. B. Nielsen y N. Ninomiya [7] predijeron que en los semi-metales de Weyl sucede todo lo contrario: su conductividad aumenta con el campo magnético. El origen de esta dependencia es una propiedad sutil pero fundamental de las partículas de Weyl.

Recordemos que los fermiones de Weyl poseen una quiralidad bien definida ($s = \pm 1$). Nielsen y Ninomiya demostraron que, si existen fermiones de Weyl en un material, siempre habrá el mismo número de quiralidad positiva y negativa. La única excepción ocurre cuando se aplica un campo eléctrico y magnético paralelos entre sí que resultan en un desequilibrio de quiralidad. Esto se denomina anomalía quiral y da lugar a un aumento de la conductividad (ver figura 3), una propiedad tecnológicamente útil. Hasta ahora, observar este tipo de anomalía requería colisiones de núcleos pesados a energías extremadamente altas. ¡En los semi-metales de Weyl basta con medir la conductividad para observar este aspecto tan fundamental de la naturaleza! Por supuesto, en la práctica existen muchas complicaciones interesantes que no hemos mencionado. Sin embargo, en el último año se ha confirmado este efecto en distintos materiales. No deja de sorprender además la velocidad vertiginosa a la que se confirman experimentalmente las predicciones teóricas en un intervalo de meses, inusual incluso para esta disciplina.

Conclusiones

Los recientemente descubiertos semi-metales de Weyl han completado un hueco en el paradigma de las fases topológicas. Su identificación experimental ha abierto la puerta a explorar una parte de la física que de otra forma estaría limitada a los fenómenos más inaccesibles de altas energías. El desarrollo vertiginoso de los métodos teóricos y experimentales que caracterizan estos materiales invitan a preguntarse qué otros fenómenos emergentes, posiblemente sin análogo en las altas energías, cabría encontrar en estos materiales. Ésta, junto con otras muchas preguntas relacionadas a sus posibles aplicaciones o los efectos de interacciones electrón-electrón fuertes, aseguran un futuro prometedor para esta disciplina. Nota: Mientras esté artículo se encontraba en producción, el comité Nobel concedió el Nobel de Física de 2016 al

campo de las fases topológicas, demostrando así su rol fundamental en la física moderna.

Agradecimientos

A. G. G. agradece las sugerencias y comentarios de A. Font, M. Garnica, M. Horno, B. Valenzuela y M. A. H. Vozmediano y el apoyo económico de la Comisión Europea bajo el programa Marie Curie asociado al contrato número 653846.

Referencias

- [1] ARI M. TURNER y ASHVIN VISHWANATH, "Beyond Band Insulators: Topology of Semi-metals and Interacting Phases", arXiv:1301.0330.
- [2] PAVAN HOSUR y XIAOLIANG QI, "Recent developments in transport phenomena in Weyl semimetals", *C. R. Phys.* **14**, 857–870 (2013).
- [3] XIAO-LIANG QI y SHOU-CHENG ZHANG, "Topological insulators and superconductors", *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1057–1110 (2011).
- [4] ADOLFO G. GRUSHIN, "Fases Topológicas," Web de la RSEF Grupo especializado de Física del estado sólido (2014).
- [5] HERMANN WEYL, "Gravitation and the electron", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **15**, 323–334 (1929).
- [6] Conyers Herring, "Accidental degeneracy in the energy bands of crystals", *Phys. Rev.* **52**, 365–373 (1937).
- [7] H. B. NIELSEN y M. NINOMIYA, "The adler-bell-jackiw anomaly and weyl fermions in a crystal", *Phys. Lett.* **130B**, 389–396 (1983).
- [8] A. VISHWANATH, "Where the weyl things are", *Physics* **8**, 84 (2015).
- [9] L. BALENTS, "Weyl electrons kiss", *Physics* **4**, 36 (2011).
- [10] A. G. GRUSHIN, J. W. F. VENDERBOS, A. VISHWANATH y R. ILAN, "Inhomogeneous Weyl and Dirac semi-metals: Transport in axial magnetic fields and Fermi arc surface states from pseudo Landau levels", ArXiv e-prints (2016), arXiv:1607.04268 [cond-mat.mes-hall].



Adolfo G. Grushin
Departamento de Física,
Universidad de California Berkeley,
EE. UU.