Solides paramagnétiques et loi de Curie. L'aimantation d'un solide est définie comme le rapport du moment magnétique total M au volume V. La susceptibilité magnétique χ_M, c'est-à-dire le coefficient de réponse magnétique en régime linéaire, est défini par: $\chi_M = lim_{B\to 0}(1/V)(dM/dB)$. Pour les corps paramagnétiques, χ_M est positif. Expérimentalement, on trouve pour un grand nombre de matériaux paramagnétiques que la susceptibilité χ_M varie en 1/T dans la limite des champs faibles. C'est la loi de Curie que nous allons essayer de retrouver.

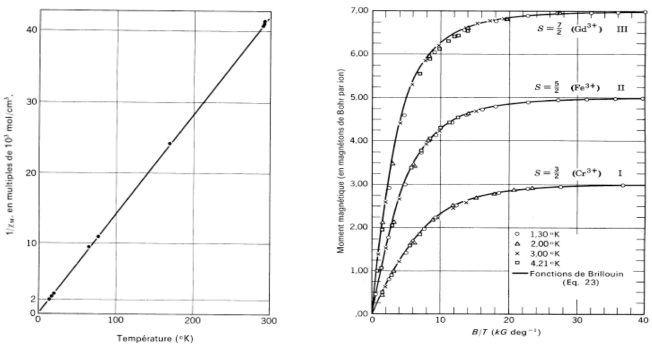

FIG. 1: (Gauche) Inverse de la susceptibilité χ_M en fonction de T pour un sel de gadolinium Gd(C2H5S04)3,9H20. (Droite) Courbes du moment magnétique en fonction de B/T pour des chantillons d'alun de chrome et de potassium (I), d'alun de fer ammoniacal (II), et d'octahydrate de sulfate de gadolinium (III).

Modélisation. On représente une substance paramagnétique par un système de N moments magnétiques indépendants. On suppose par exemple que chaque atome du réseau "porte" un spin électronique et contribue $\pm\mu_B$ à M (magnéton de Bohr $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} J/T$) selon que le spin est dans l' état $|+z>$ ou $|-z>$ (champ B selon l'axe z).

A. Paramagnétisme dans l'ensemble canonique (T fixée).

1) Comparer l'énergie d'un spin dans un champ B réaliste (B=1 Testla) avec l'énergie thermique k_BT à température ambiante. On en déduira que la température empêche les spins de tous s'aligner sur la direction du champ magnétique. Décrire qualitativement le comportement du moment magnétique en fonction du champ B et de la température T.

2) Donnez la fonction de partition z d'un seul spin placé dans un champ B. En déduire la fonction de partition Z_N de N spins indépendants placés dans le champ B à une température T donnée.

3) Calculez l'énergie moyenne $< E >$ et l'aimantation moyenne $< M >$ en passant par l'expression de Z_N. Comparer aux résultats expérimentaux.

4) Retrouvez la loi de Curie.

5) Montrer que la variance σ_E^2 de l'énergie moyenne peut s'écrire en fonction de la chaleur spécifique: $C_V = (\partial < E > /\partial T)_{V,N}$. En déduire que $\sigma_E / < E >$ varie en $1/\sqrt{N}$. En déduire l'équivalence entre un traitement du problème à E fixé (traitement microcanonique) et T fixé (ensemble canonique).

B. Paramagnétisme dans l'ensemble microcanonique (E fixée).

1) Soit $n = Nx$ le nombre de spins parallèles au champ. Ecrire l'énergie E en fonction de la fraction x. Calculer le nombre de micro-états $W(E)$ accessibles pour une énergie E donnée. En déduire l'entropie S(E). On rappelle le développement pour $N >> 1$ vu en PC1: $ln[C_N^{Nx})] \simeq N[-xln(x) - (1-x)ln(1-x)]$.

3) En déduire l'expression de E en fonction de T. Comparer au résultat obtenu dans l'ensemble canonique.