

Les sujets de PC et le corrigé de l'exercice sur Bethe-Peierls et du DM peuvent être téléchargés sur:

<http://perso.neel.cnrs.fr/xavier.blase/PHY432/>

Physique statistique quantique: fermions.

A - Introduction aux nanosciences: formule de Landauer.

Il est aujourd'hui possible de mesurer le courant à travers des fils conducteurs de quelques nanomètres de diamètre. De façon surprenante, la loi d'Ohm n'est plus vérifiée: la conductance $G=I/V$ n'est pas une constante qui dépend de façon continue de la forme du conducteur mais est quantifiée en multiple du "quantum de conductance": $G_0 = e^2/h$. Etudions donc le transport électronique à travers un fil métallique de longueur L et de diamètre W connecté de façon "parfaite" à deux électrodes du même métal.

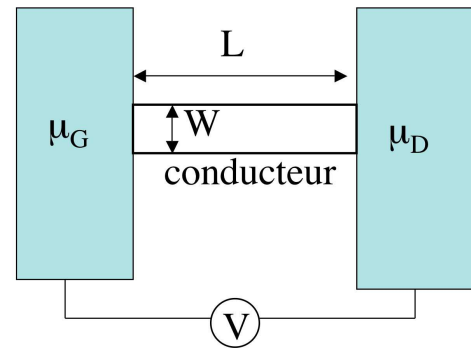
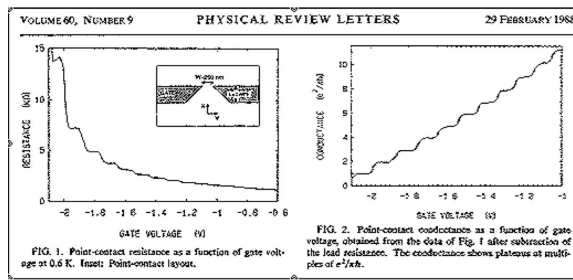


FIG. 1: Conductance en plateaux pour un contact nanométrique. D'après van Wees, van Houten, Beennaker *et al.*, Philips and Delft University, Netherlands, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).

1) On applique une différence de potentiel V (en Volt) entre les deux électrodes. Quelle est la différence de potentiel chimique ($\mu_G - \mu_D$) pour les gaz d'électrons des deux électrodes ?

2) En l'absence de perturbation dépendant du temps, le transport d'un électron dans le conducteur se fait à énergie constante. Justifier que la probabilité qu'un électron de l'électrode de gauche passe sur l'électrode de droite est nécessairement modulé par un terme $f_G(\epsilon)[1 - f_D(\epsilon)]$, où ϵ est l'énergie de l'électron, f_G et f_D les distributions de Fermi dans les deux électrodes.

On commencera par montrer que (par exemple) $f_G(\epsilon)$ est aussi la probabilité de présence d'un électron sur un niveau d'énergie ϵ dans l'électrode de gauche.

3) Un électron ne peut se propager à travers le conducteur que si son impulsion longitudinale p_z est compatible avec les impulsions "propres" du conducteur ("boite" de longueur L et de diamètre W). Caractériser les énergies propres et les états propres dans la limite $W \ll L$. Montrer que la densité d'états dans le conducteur pour des électrons se propageant de gauche à droite s'écrit:

$$D_C^+(\epsilon) = \frac{2}{h} \left(\frac{L}{v_z} \right), \quad \text{où } v_z \text{ est la vitesse longitudinale.}$$

Note: pour parler de transport, il est plus approprié de travailler en conditions aux bords périodiques dans la direction $\hat{z}$ permettant d'avoir des états propres propagatifs (voir cours page 122-123).

4) En déduire que le courant I^+ tenant compte des électrons se propageant de la gauche vers la droite s'écrit:

$$I^+ = \frac{2e}{h} \int d\epsilon f_G(\epsilon)[1 - f_D(\epsilon)], \quad \text{soit un courant total: } I = \frac{2e}{h} \int d\epsilon [f_G(\epsilon) - f_D(\epsilon)].$$

5) Dans la limite des faibles voltages et des basses températures, montrer que: $I = G_0 V$ avec $G_0 = 2e^2/h$. Ainsi, même dans l'hypothèse d'un contact parfait (pas de coefficient de réflexion R), la constriction induit une résistance "minimum" $R_0 = 1/G_0$. Application numérique: calculer R_0 .

6) Comment évolue la conductance: (a) quand on augmente le voltage ? (b) quand le diamètre W du fil augmente ? (c) quand on applique une différence de potentiel (tension de grille) entre l'électrode de gauche et le conducteur ?

B - Emission thermo-ionique pour cathodes à électrons. Nous allons étudier le principe de l'émission d'électrons par un filament chaud (canon à électron de votre ancien téléviseur). On modélise l'émetteur (un filament de tungsten) par une boîte confinante avec un "travail de sortie" pour les électrons égal à ϕ . Ce travail de sortie est le potentiel d'extraction d'un électron d'impulsion nulle. Peu d'électrons peuvent s'échapper car $\beta(\phi - \mu) \gg 1$.

1. A quoi se réduit le facteur de Fermi $f(\epsilon)$ pour des électrons libres d'énergie supérieure au travail de sortie ϕ ?
2. Calculer le nombre d'électrons d'impulsion $\vec{p}$ (à $d^3\vec{p}$ près) dont la composante de l'impulsion normale à une surface unité est p_x et frappant cette surface pendant l'intervalle de temps dt .
3. On suppose que les électrons qui quittent le métal sont ceux dont l'impulsion p_x perpendiculaire à la paroi est plus grande que $\sqrt{2m\phi}$. Calculer la densité de courant J émise en fonction de la température et retrouver la loi de Richardson pour l'émission:

$$J = AT^2 e^{-B/T}$$

4. Une différence de potentiel est établie entre la cathode emissive et l'anode afin de guider les électrons. Quel peut-être l'effet du champ électrique induit sur la barrière vue par les électrons ? Pourquoi a-t-on intérêt à disposer d'une cathode en forme de pointe (figure ci-dessous) ?

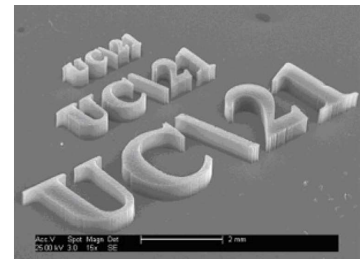
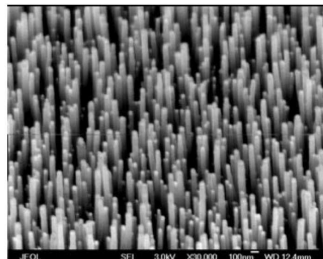
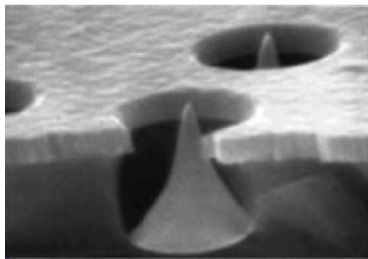


FIG. 2: (Gauche) Cathode "Spindt" comme canon à électrons utilisant l'effet de pointe sous champ électrique. (Centre) Forêt de nanotubes émetteurs. (Droite) Forêt de nanotubes à croissance contrôlée spatialement.

C - Paramagnétisme de Pauli. Soit un gaz d'électrons à 3 dimensions soumis à un champ magnétique B . Dans la limite des faibles champs et basses températures, calculer la susceptibilité magnétique $\chi = (\partial M / \partial B)$ en fonction de la densité d'état $D(\epsilon_F)$ au niveau de Fermi (M est l'aimantation du système).